

Олимпиадная работа
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

учащейся 10 класса
муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения
«Средняя общеобразовательная школа №30»
Старооскольского городского округа Белгородской области

Блацук Виктории Витальевны

Педагог-наставник:
учитель математики МБОУ
«Средняя общеобразовательная школа №30»
Щербинина Нина Федоровна

Б.10.1

Рассмотрим данную последовательность цифр
12 1122 111222 11112222 1...

Можно заметить, что после каждой двойки количество единиц и ^{количество} двоек увеличивается на 1.
Пусть n - количество единиц, а m - количество двоек.

Разделим данную последовательность цифр так, чтобы в одной группе было равное количество единиц и двоек, то есть: 12 ; 1122 ; 111222 ; 11112222 ;
Тогда ^{первую} каждую группу 12 можно записать так —
 nm ; вторую группу 1122 можно записать так —
 $n+1 \cdot m+1$; третью группу 111222 можно записать так —
 $n+1+1 \cdot m+1+1$ и т.д.

Заметим, что каждая ~~следующая~~ следующая группа увеличивается в общем количестве чисел на 2, и при этом количество единиц и количество двоек остаются равными. ($n=m$)

Разделённую на группы последовательность можно представить в виде арифметической прогрессии так, что
 $a_1 = 12$; $a_2 = 1122$; $a_3 = 111222$; $a_4 = 11112222$ и т.д.
Пусть общее количество чисел в группе — k , тогда
 $k_1 = 2$; $k_2 = 4$; $k_3 = 6$; $k_4 = 8$ и т.д.

Рассматривая это как арифметическую прогрессию найдем d .
 $d = k_2 - k_1$
 $d = 4 - 2 = 2$.

Теперь найдем k_{10101} по формуле $k_n = k_1 + d(n-1)$, где
 $n = 10101$.
 $k_{10101} = 2 + 2(10101 - 1) = 2 + 2 \cdot 10100 = 2 + 20200 = 20202$

т.к. ~~к- общее количество чисел в группе~~ и $n = m$, то чтобы найти n с 1 по 10101 позиция включительно нужно $\frac{10101+1}{2}$ (10101 - количество

всех цифр в последовательности; прибавим к 10101 1, т.к. необходимо найти n включительно.)

$$n = \frac{10101+1}{2} = \frac{10102}{2} = 5051$$

10-16

т.к. n - количество единиц, то всего единиц будет 5051

Ответ: 5051 75
510.5

По условию количество заданных действительных чисел - 15 (т.к. последнее данное число - a_{15})

Из 15 таких чисел можно составить 15 произведений по данному примеру: $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3$; $a_2 \cdot a_3 \cdot a_4$; ...; $a_{15} \cdot a_{14} \cdot a_{13}$. Каждому такому произведению соответствует одно из данных четных натуральных чисел

1; 3; 5; 7; ... $2k+1$. Всего чисел будет $\max 15$, т.к. \max количество произведений будет 15.

Из этих чисел можно составить арифметическую прогрессию, где $b_1 = 1$; $b_2 = 3$; $b_3 = 5$; ... $b_{15} = 2k+1$

~~Предположим, что~~ Также $k_{15} = k_1 + d(n-1)$

$$d = b_2 - b_1$$

$$d = 3 - 1 = 2$$

Тогда $b_{15} = 1 + 2(15-1) = 1 + 2 \cdot 14 = 1 + 28 = 29$

$$b_{15} = 2k+1$$

$$29 = 2k+1$$

$$29-1 = 2k$$

$$28 = 2k$$

$$k = 14 - \text{max значение } k$$

Если брать ~~меньше~~ другие значения k , то значения

к. будут меньше

Ответ: 14

и 10.3.

№ п/п	баллы	Подпись	Расшифровка
1	7	<i>Андрей</i>	Харинкова Н.В.
2	0	<i>Андрей</i>	Мерова Н.В.
3	0	<i>Андрей</i>	Менхоев Н.А.
4	0	<i>Андрей</i>	Менхоев Н.А.
5	0	<i>Андрей</i>	Менхоев Н.А.

10-16

$$(x^2 + 10x + 9)(x^2 + 10x + 9 + 18) = 0$$

или 7

$$(x^2 + 10x + 9 = 0 \quad \text{или} \quad x^2 + 10x + 9 + 18 = 0.$$

$$D_1 = 100 - 4g$$

$$D_2 = 100 - 4(g + 18) = 100 - 4g - 72 = 28 - 4g$$

$D_1 > 0$ (2 корня)

$D_2 > 0$ (2 корня)

$$100 - 4g > 0 \quad | :4$$

$$28 - 4g > 0 \quad | :4$$

$$25 - g > 0$$

$$7 - g > 0$$

$$g < 25$$

$$g < 7$$

$$g < 7.$$

Для данного уравнения невозможно подобрать g так, чтобы и из $100 - 4g$ извлекался корень, и из $28 - 4g$ извлекался корень.

Чтобы найти возможной первой член арифметической прогрессии, которой будут являться корни, нужно D_1 и D_2 рассматривать по отдельности.

$$1) D_1 = 100 - 4g \quad g \in (-\infty; 25)$$

Пусть $g = 0$, тогда

$$D_1 = 100 - 0 = 100$$

$$x_1 = \frac{-10 + 10}{2} = 0$$

$$x_2 = \frac{-10 - 10}{2} = -10$$

Пусть $g = 9$, тогда

$$D_1 = 100 - 36 = 64$$

$$x_1 = \frac{-10 + 8}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-10 - 8}{2} = -9$$

Пусть $g = 16$, тогда

$$D_1 = 100 - 64 = 36$$

$$x_1 = \frac{-10 + 6}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-10 - 6}{2} = -8$$

Пусть $g = 21$, тогда

$$D_1 = 100 - 84 = 16$$

$$x_1 = \frac{-10 + 4}{2} = -3$$

$$x_2 = \frac{-10 - 4}{2} = -7$$

Пусть $g = 24$, тогда

$$D_1 = 100 - 96 = 4$$

$$x_1 = \frac{-10 + 2}{2} = -4$$

$$x_2 = \frac{-10 - 2}{2} = -6$$

Пусть $g = -11$, тогда

$$D_1 = 100 + 44 = 144$$

$$x_1 = \frac{-10 + 12}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-10 - 12}{2} = -11$$

Таким образом, в первом случае первом членом арифметической прогрессии может быть: 1; 0; -1; -2; -3; -4; -6; -7; -8; -9; -10; -11 и т.д. ($x_1 \in (-\infty; +\infty)$; $x_2 \in (-\infty; +\infty)$)

(4)

2) $D_2 = 28 - 4q$ $q \in (-\infty; 7)$ $q = -9$

Пусть $q = 6$, тогда $D_2 = 28 - 24 = 4$

$$x_1 = \frac{-10 + 2}{2} = -4$$

$$x_2 = \frac{-10 - 2}{2} = -6$$

Пусть $q = 3$, тогда $D_2 = 28 - 12 = 16$

$$x_1 = \frac{-10 + 4}{2} = -3$$

$$x_2 = \frac{-10 - 4}{2} = -7$$

Пусть $q = -2$, тогда $D_2 = 28 + 8 = 36$

$$x_1 = \frac{-10 + 6}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-10 - 6}{2} = -8$$

Пусть $q = -18$, тогда $D_2 = 28 + 72 = 100$

$$x_1 = \frac{-10 + 10}{2} = 0$$

$$x_2 = \frac{-10 - 10}{2} = -10$$

Пусть $q = -29$, тогда $D_2 = 28 + 116 = 144$

$$x_1 = \frac{-10 + 12}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-10 - 12}{2} = -11$$

Наконец образом, во втором случае первым членом арифметической прогрессии может быть: 1; 6; -1; -2; -3; -4; -6; -7; -8; -9; -10; -11 и т.д. ($x_1 \in (-\infty; +\infty)$; $x_2 \in (-\infty; +\infty)$)

Вывод из этого вывод, первым членом арифметической прогрессии может быть любое число.

Ответ: любое число.

10-16